Broj rada: R1-12
DOI:10.46793/CIRED2026.R1-12_154

MODELOVANJE UPRAVLJAČKIH STRATEGIJA DISTRIBUIRANIH GENERATORA U PRORAČUNIMA TOKOVA SNAGA DISTRIBUTIVNIH MREŽA

MODELING OF DISTRIBUTED GENERATOR CONTROL STRATEGIES FOR DISTRIBUTION NETWORK POWER FLOW CALCULATIONS

Nikola VOJNOVIĆ, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija*
Milan VIDAKOVIĆ, Fakultet tehničkih nauka, , Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija
Dragan ĆETENOVIĆ, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Kragujevcu, Čačak, Srbija
Jovana VIDAKOVIĆ, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija
Saša TOŠIĆ, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, Novi Sad, Srbija

KRATAK SADRŽAJ

Intenzivna integracija distribuiranih energetskih izvora značajno doprinosi pojavi dvosmernih tokova snaga u savremenim distributivnim mrežama, zbog čega ovi energetski resursi moraju biti adekvatno modelovani u proračunima tokova snaga. Fotonaponske i vetroelektrane, kao i distribuirana skladišta energije, integrišu se u distributivne mreže preko uređaja energetske elektronike, putem kojih se upravlja radom ovih resursa, a koji značajno utiču i na režim rada same mreže. Shodno tome, upravljačke strategije distribuiranih energetskih resursa moraju biti obuhvaćene modelom ovih resursa kako bi proračun tokova snaga u distributivnim mrežama bio što realističniji. Glavni cilj ovog rada jeste: (i) integracija opšteg modela distribuiranih energetskih resursa u proceduru za proračun tokova snaga, pri čemu model obuhvata i precizne upravljačke strategije distribuiranih energetskih resursa svih tipova; (ii) analiza uticaja upravljačkih strategija na režim rada distributivne mreže. Modeli i procedura za proračun tokova snaga izvedeni su u domenu simetričnih komponenti jer se ovaj domen pokazao najboljim za modelovanje elemenata i razvoj procedura za proračun tokova snaga u distributivnim mrežama.

Ključne reči: distribuirani generatori, distributivne mreže, tokovi snaga, upravljačke strategije

ABSTRACT

The increasing integration of distributed energy resources leads to the occurrence of bidirectional power flows in modern distribution networks, requiring their accurate modeling in power flow calculations. Photovoltaic and wind power plants, as well as distributed energy storage systems, are integrated into distribution networks through power electronic devices that control the operation of these resources and significantly influence the operating conditions of the network itself. Accordingly, the control strategies of distributed energy resources must be incorporated into their models to achieve power flow calculations in distribution networks as realistic as possible. The main objectives of this paper are: (i) The integration of a general

* Nikola Vojnović nikola.vojnovic@uns.ac.rs; Milan Vidaković minja@uns.ac.rs; Dragan Ćetenović dragan.cetenovic@ftn.kg.ac.rs; Jovana Vidaković jovana@dmi.uns.ac.rs; Saša Tošić sasa.tosic@uns.ac.rs

distributed energy resource model into a power flow calculation procedure, where the model includes accurate control strategies for all types of distributed energy resources, and (ii) The analysis of the impact of these control strategies on the operating conditions of the distribution network. The models and the power flow calculation procedure are developed in the sequence domain, as this domain has proven to be the most suitable for element modeling and for the development of power flow calculation procedures in distribution networks.

Keywords: control strategies, distributed generators, distribution networks, power flow

UVOD

U poslednjoj deceniji, pored tradicionalnih distribuiranih energetskih resursa (DER), počeli su da se intezivno integrišu i DER koji su na distributivnu mrežu (DM) priključeni preko energetske elektronike (DEREE). Oni mogu biti zasnovani na solarnim i vetroelektranama [1]. Zbog intermitentne prirode ove vrste energetskih resursa (ER), oni su obično integrisani sa dvosmernim distribuiranim sistemima za skladištenje energije (DSSE) [2, 3]. Integrisani sistemi mogu obuhvatati tehnologije poput tradicionalnih AC mašina, ali i zamajaca, baterijskih sistema, gorivnih ćelija, fotonaponskih panela i vetroturbina. Osim tradicionalnih DER, svi ostali su elektronski povezani na mrežu – DEREE. Tradicionalni DER i DEREE mogu se koristiti za formiranje virtuelnih elektrana, a mogu se i integrisati u potrošače (prozjumere) [4].

Tokovi snaga [5-9] jedna je od najčešće korišćenih funkcija u distributivnim menadžment sistemima (DMS) jer je osnova za druge energetske funkcije kao što su estimacija stanja, proračun režima sa kvarovima, optimalni tokovi snaga, itd. To znači da DMS mora da se oslanja na tačan model električnih mreža koje sadrže tradicionalne DER i DEREE. Očekuje se da će se DER(EE) intenzivno koristiti iz dva glavna razloga: (i) broj stanovnika u razvijenim zemljama i zemljama u razvoju se naglo povećava što utiče na potrošnju energije; (ii) povećava se cena električne energije koju korisnici plaćaju za energiju preuzetu iz distributivne mreže [9]. Pošto se novouvedeni modeli i strategije upravljanja DEREE razlikuju od tradicionalnih, uvedena je nova klasifikacija tipova čvorova za proračune tokova snaga distributivnih mreža [5, 6]. Nova klasifikacija tipova čvorova uključuje devet novih trofaznih tipova čvorova. Pored nove klasifikacije tipova čvorova, uveden je model i procedura za onlajn proračune tokova snaga u nesimetričnim režimima [5]. Ova procedura pogodna je i za velike prenosne i za aktivne DM. Uobičajena tehnika za proračun tokova snaga pomenutih mreža jeste domen simetričnih komponenti, jer dokazano povećava brzinu proračuna [5, 6]. Postupci iz ovih referenci su uspešno testirani i verifikovani za onlajn proračune tokova snaga DM.

Glavni cilj ovog rada jeste: (i) integracija opšteg modela distribuiranih energetskih resursa u proceduru za proračun tokova snaga, pri čemu model obuhvata i precizne upravljačke strategije distribuiranih energetskih resursa svih tipova; (ii) analiza uticaja upravljačkih strategija na režim rada distributivne mreže. Modeli i procedura za proračun tokova snaga izvedeni su u domenu simetričnih komponenti jer se ovaj domen pokazao najboljim za modelovanje elemenata i razvoj procedura za proračun tokova snaga u DM. Predloženo rešenje pogodno je za implementaciju višenitnog pristupa programiranja.

1 MODELI DISTRIBUIRANIH ENERGETSKIH RESURSA

Na Slici 1 prikazan je DER povezan na mrežu preko uređaja energetske elektronike (DEREE). On je povezan na distributivnu mrežu (DM) u čvoru *i* koja se naziva i tačka zajedničkog priključenja. Režim rada resursa opisuje se trofaznim kompleksnim snagama, strujama i

naponima koji su obeleženi redom sa $\hat{S}_i^s$, $\hat{J}_i^s$ i $\hat{U}_i^s$, $s = \mathrm{a,b,c}$. Vektori $\hat{U}_i^{\mathrm{abc}} = \left[\hat{U}_i^s; p = \mathrm{a,b,c}\right]$ i $\hat{J}_i^{\mathrm{abc}} = \left[\hat{J}_i^s; p = \mathrm{a,b,c}\right]$ potom se transformišu iz faznih veličina u simetrične komponente [5] na sledeći način:

$$\hat{\mathbf{U}}_i^{+-0} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{U}}_i^{\mathrm{abc}} \wedge \hat{\mathbf{J}}_i^{+-0} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{J}}_i^{\mathrm{abc}}, \tag{1}$$

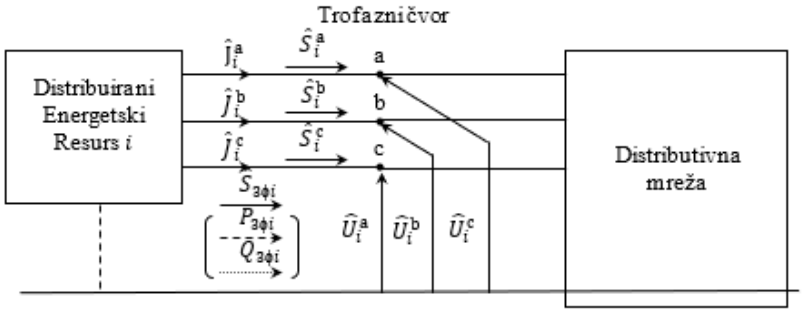
gde je $\hat{\mathbf{A}}$ matrica transformacije [5]. Kompleksne snage u domenu simetričnih komponenti $\hat{S}_i^s$, $s = +,-,0$ računaju se na sledeći način:

$$\hat{S}_i^s \triangleq \hat{U}_i^{s*}\hat{J}_i^s \triangleq P_i^s - \mathrm{j}Q_i^s, s = \{+,-,0\}, \tag{2}$$

gde P_i^s и Q_i^s predstavljaju aktivne i reaktivne snage u pogonskim kolima DER. Kako su DER po prirodi konstrukcije uravnoteženi trofazni elementi, trofazna snaga $\hat{S}_{3\phi i}$ sa Slike 1 može se izraziti sledećom relacijom:

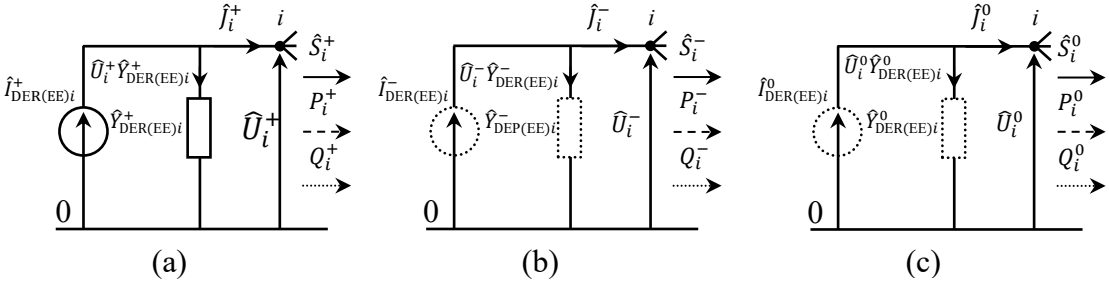
$$\hat{S}_{3\phi i} = P_{3\phi i} - \mathrm{j}Q_{3\phi i} = \hat{S}_i^+ + \hat{S}_i^- + \hat{S}_i^0, \tag{3}$$

pri čemu veličine $P_{3\phi i}$, $Q_{3\phi i}$ redom odgovaraju trofaznoj aktivnoj i reaktivnoj snazi DER.



Slika 1 – Energetski resurs povezan na trofazni čvor *i*

Generalna pogonska kola DER i DEREE prikazana su na Slici 2. Oznake $\hat{I}_{\mathrm{EP(EE)}i}^s$, $s = +,-,0$ predstavljaju simetrične komponente struja idealnih internih strujnih izvora DER i DEREE, dok su admitansama $\hat{Y}_{\mathrm{EP(EE)}i}^s$, $s = +,-,0$ označene direktne, inverzne i nulte komponente Nortonovih ekvivalenata gledano sa strane mreže ka DER.



Slika 2 – Energetski resurs povezan na trofazni čvor *i*

1.1 Modeli tradicionalnih distribuiranih energetskih resursa

Upravljačke strategije tradicionalnih DER jesu sledeće:

(i) *za sinhrone mašine* – kontrola trofazne aktivne snage $P_{3\phi i}$:

(a) $P_{3\phi i} > 0$ za generatore;

(b) $P_{3\phi i} = 0$ za kompenzatore;

(c) $P_{3\phi i} < 0$ za motore.

U svakom od navedenih modova može da se uspostavi jedna od sledećih strategija:

(a) kontrola trofazne reaktivne snage $Q_{3\phi i}$: $Q_{3\phi i}$:>0 ∨ $Q_{3\phi i}$=0 ∨ $Q_{3\phi iu}$<0; ili

(b) kontrola direktne komponente modula napona U_i^+;

(ii) *za sinhrone mašine* – trofazna aktivna snaga može da se troši (motor) ili generiše. Trofazna reaktivna snaga $Q_{3\phi i}$ se uvek troši (tj. $Q_{3\phi i} < 0$).

1.2 Modeli distribuiranih energetskih resursa koji su na mrežu priključeni preko uređaja energetske elektronike

Dodatne upravljačke DEREE se implementiraju prilagođavanjem struja internih strujnih izvora ($\hat{I}^s_{\mathrm{DER(EE)}i}$, $s = +, -, 0$) koristeći se sledećom relacijom:

$$\hat{I}^s_{\mathrm{DER(EE)}i} = \hat{J}^s_i + \hat{Y}^s_{\mathrm{DER(EE)}i}\hat{U}^s_i, s = +, -, 0. \tag{4}$$

U ovom radu, DEREE su podešeni da injektiraju trofazne simetrične struje ili da održavaju simetrične napone u generalno nesimetričnim režimima DM. Uzimajući u obzir dodatne upravljačke strategije, pogonska kola DEREE mogu se dalje izvesti za različite slučajeve (Slika 3). Nakon završetka proračuna tokova snaga, interni strujni izvori određuju se primenom relacije (4). Sve vrednosti sa Slike 3 izvedene su iz relacija (1)–(4).

2 MODEL TOKOVA SNAGA DISTRIBUTIVNIH MREŽA

Glavni cilj proračuna tokova snaga jeste proračun stanja DM, odnosno moduli i uglovi napona svih trofaznih čvorova. Varijable stanja su sažete u sledećim vektorima stanja:

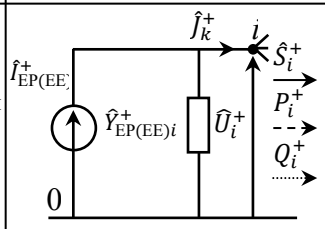
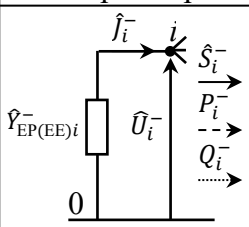
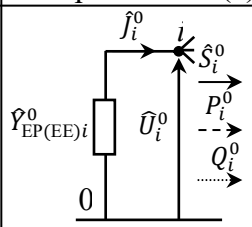
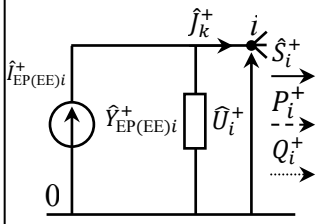
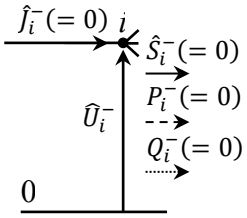
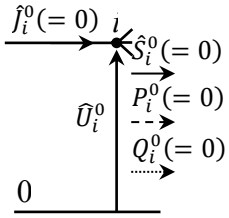
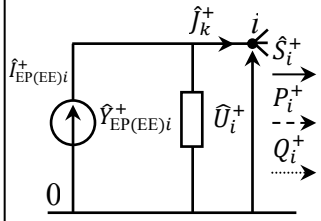
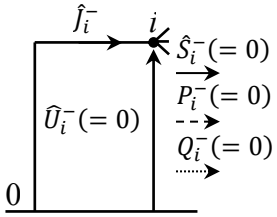
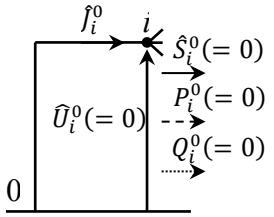
$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}^+_{\mathrm{DMstanje}} &= [\theta_i^+, U_i^+, i \in \{1, \dots, N_{\mathrm{DM}}\}]^{\mathrm{T}}, \\ \hat{\boldsymbol{X}}^-_{\mathrm{DMstanje}} &= \left[\hat{U}_i^-, i \in \{1, \dots, N_{\mathrm{DM}}\}\right]^{\mathrm{T}}, \\ \hat{\boldsymbol{X}}^0_{\mathrm{DMstanje}} &= \left[\hat{U}_i^0, i \in \{1, \dots, N_{\mathrm{DM}}\}\right]^{\mathrm{T}}. \end{aligned} \tag{5}$$

Ako je broj jednofaznih kompleksnih napona u faznom domenu jednak $3\times N_{\mathrm{DM}}$, isti broj ($3\times N_{\mathrm{DM}}$) prisutan je u domenu simetričnih komponenti. Uzimajući u obzir domen simetričnih komponenti, formiraju se tri vektora stanja: (i) jedan koji sadrži $2\times N_{\mathrm{DM}}$ realnih veličina stanja direktnog redosleda, odnosno uglove i module simetričnih komponenti napona direktnog redosleda; (ii) dva vektora stanja koji sadrže po N_{DM} kompleksnih veličina stanja koje odgovaraju inverznom i nultom redosledu.

Predstavljene upravljačke strategije svih DER i DEREE integrisane su u proračun tokova snaga DM putem razvoja unapređene klasifikacije čvorova [5]. U Tabeli I prikazani su tipovi čvorova na osnovu kojih su pridružene poznate veličine režima i nepoznate veličine stanja za svaki tip čvora koji čine vektore stanja (5). Tipovi čvorova u nesimetričnim režimima su sledeći:

- 3θV – trofazni balansni čvor;
- 3PQ – potrošač direktno povezan na DM;

- $P_\Sigma Q_\Sigma$ и $P_\Sigma V$ – upravljačke strategije tradicionalnih DER i DEREE bez dodatnih upravljačkih strategija;
- $P_\Sigma Q_\Sigma I$ и $P_\Sigma VI$ – upravljačke strategije DEREE koje mogu da injektiraju trofaznu simetričnu struju u čvoru priključenja u DM koja se generalno nalazi u nesimetričnom režimu;
- $P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}$ и $P_\Sigma V_{sim}$ – upravljačke strategije DEREE koje mogu da održavaju simetrični trofazni napon u čvoru priključenja.

	Погонско коло директног редоследа (а)	Погонско коло инверзног редоследа	Погонско коло нултог редоследа (в)
Традиционални ДЕР			
ЕРЕЕ инјектира симетричне струје			
ЕРЕЕ одржава симетричне напоне			

Slika 3 – Pogonska kola u zavisnosti od upravljačke strategije DER i DEREE

Tabela I – Unapređena klasifikacija čvorova

Tip čvora	Poznate varijable	Nepoznate varijable stanja
3θV	$\hat{U}^{a}, \hat{U}^{b}, \hat{U}^{c}$	/
3PQ	$P^{a}, P^{b}, P^{c}, Q^{a}, Q^{b}, Q^{c}$	$U^{+}, \theta^{+}, \hat{U}^{-}, \hat{U}^{0}$
$P_\Sigma Q_\Sigma$	$P_{3\phi}, Q_{3\phi}$	$U^{+}, \theta^{+}, \hat{U}^{-}, \hat{U}^{0}$
$P_\Sigma V$	$P_{3\phi}, U^{+}$	$\theta^{+}, \hat{U}^{-}, \hat{U}^{0}$
$P_\Sigma Q_\Sigma I$	$P_{3\phi}, Q_{3\phi}, \hat{J}^{-}$	$U^{+}, \theta^{+}, \hat{U}^{-}, \hat{U}^{0}$
$P_\Sigma VI$	$P_{3\phi}, U^{+}, \hat{J}^{-}$	$\theta^{+}, \hat{U}^{-}, \hat{U}^{0}$
$P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}$	$P_{3\phi}, Q_{3\phi}, \hat{U}^{-}(=0), \hat{U}^{0}(=0)$	U^{+}, θ^{+}
$P_\Sigma V_{sim}$	$P_{3\phi}, U^{+}, \hat{U}^{-}(=0), \hat{U}^{0}(=0)$	θ^{+}

Skupovi indeksa čvorova DM formirani su u skladu sa njihovom klasifikacijom datom u Tabeli 2, i to: α_{3PQ}, $\alpha_{3P_DQ_D}$, $\alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma}$, $\alpha_{P_\Sigma V}$, $\alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma I}$, $\alpha_{P_\Sigma VI}$, $\alpha_{P_\Sigma V_{sim}}$, $\alpha_{P_\Sigma V_{sim}}$, pri čemu odgovarajući brojevi čvorova svakog pojedinačnog skupa (N_{xyz}) imaju iste indekse. Iz vektora stanja (5) formiraju se sledeći vektori nepoznatih veličina stanja:

$$\boldsymbol{X}_{\mathrm{T}}^{+} = [\theta_i^{+}, i \in \{2, \dots, N_{\mathrm{T}}\}; U_i^{+}, i \in \alpha_{3\mathrm{PQ}} \cup \alpha_{3\mathrm{P_DQ_D}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma I}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}}}]^{\mathrm{T}}, \quad (6a)$$

$$\widehat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{T}}^{-} = \left[\widehat{U}_i^{-}, i \in \alpha_{3\mathrm{PQ}} \cup \alpha_{3\mathrm{P_DQ_D}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma V}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma I}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma VI}}\right]^{\mathrm{T}}, \quad (6b)$$

$$\widehat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{T}}^{0} = \left[\widehat{U}_i^{0}, i \in \alpha_{3\mathrm{PQ}} \cup \alpha_{3\mathrm{P_DQ_D}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma V}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma I}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma VI}}\right]^{\mathrm{T}}. \quad (6c)$$

Dimenzija vektora $\boldsymbol{X}_{\mathrm{T}}^{+}$ iznosi $2N_{\mathrm{T}} - 2 - N_{\mathrm{P_\Sigma V}} - N_{\mathrm{P_\Sigma}VI} - N_{\mathrm{P_\Sigma V_{sim}}}$, dok vektori $\widehat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{T}}^{-}$ i $\widehat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{T}}^{0}$ imaju dimenzije $N_{\mathrm{T}} - 1 - N_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}}} - N_{\mathrm{P_\Sigma V_{sim}}}$. Ukupno, postoji $2N_{\mathrm{T}} - 2 - N_{\mathrm{P_\Sigma V}} - N_{\mathrm{P_\Sigma}VI} - N_{\mathrm{P_\Sigma V_{sim}}}$ nepoznatih realnih varijabli stanja direktnog redosleda, i $2 \times \left(N_{\mathrm{T}} - 1 - N_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}}} - N_{\mathrm{P_\Sigma V_{sim}}}\right)$ nepoznatih kompleksnih varijabli stanja inverznog i nultog redosleda. Isti broj relacija, koje je potrebno rešiti simultano, formira se u zavisnosti od tipa čvora na sledeći način:

$$P_i^{+} = f_i'(\boldsymbol{X}_{\mathrm{T}}^{+}) = \mathrm{Real}\left\{\widehat{U}_i^{+*} \sum_{j \in \alpha_i^{+}} \hat{y}_{ij}^{+} \widehat{U}_j^{+}\right\}, i \in \{2, \dots, N_{\mathrm{T}}\}, \quad (7a)$$

$$\begin{gathered} Q_i^{+} = f_i''(\boldsymbol{X}_{\mathrm{T}}^{+}) = -\mathrm{Imag}\left\{\widehat{U}_i^{+*} \sum_{j \in \alpha_i^{+}} \hat{y}_{ij}^{+} \widehat{U}_j^{+}\right\}, \\ i \in \alpha_{3\mathrm{PQ}} \cup \alpha_{3\mathrm{P_DQ_D}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma I}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}}}; \end{gathered} \quad (7b)$$

$$\hat{J}_i^{-} - \hat{y}_{1i}^{-} \widehat{U}_i^{-} = \sum_{j \in \alpha_i^{-}} \hat{y}_{ij}^{-} \widehat{U}_j^{-}, i \in \alpha_{3\mathrm{PQ}} \cup \alpha_{3\mathrm{P_DQ_D}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma V}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma I}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma VI}}; \quad (7c)$$

$$\hat{J}_i^{0} - \hat{y}_{1i}^{0} \widehat{U}_1^{0} = \sum_{j \in \alpha_i^{0}} \hat{y}_{ij}^{0} \widehat{U}_j^{0}, i \in \alpha_{3\mathrm{PQ}} \cup \alpha_{3\mathrm{P_DQ_D}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma V}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma I}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma VI}}. \quad (7d)$$

Leve strane relacija (7a) i (7b) računaju se na sledeći način:

$$P_i^{+} = \frac{1}{3} P_{3\phi i} - P_i^{-} - P_i^{0}, i \in \{2, \dots, N_{\mathrm{T}}\}, \quad (8a)$$

$$Q_i^{+} = \frac{1}{3} Q_{3\phi i} - Q_i^{-} - Q_i^{0}, i \in \alpha_{3PQ} \cup \alpha_{3\mathrm{P_DQ_D}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma I}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sim}}}; \quad (8b)$$

$$\hat{J}_i^{-} = \begin{cases} 0, i \in \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma I}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma VI}}, \\ -\hat{Y}_{DER(EE)\,i}^{-} \widehat{U}_{DER(EE)i}^{-}, i \in \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma V}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma V}}, \\ \frac{1}{3}\left(\frac{P_i^{\mathrm{a}} - jQ_i^{\mathrm{a}}}{(\widehat{U}_i^{\mathrm{a}})^{*}} + \hat{\mathrm{a}}^2 \frac{P_i^{\mathrm{b}} - jQ_i^{\mathrm{b}}}{(\widehat{U}_i^{\mathrm{b}})^{*}} + \frac{\hat{\mathrm{a}}(P_i^{\mathrm{c}} - jQ_i^{\mathrm{c}})}{(\widehat{U}_i^{\mathrm{c}})^{*}}\right), \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma}}; \end{cases} \quad (8c)$$

$$\hat{J}_i^{0} = \begin{cases} 0, i \in \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma I}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma VI}}, \\ -\hat{Y}_{DER(EE)i}^{0} \widehat{U}_{DER(EE)i}^{0}, i \in \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma V}} \cup \alpha_{\mathrm{P_\Sigma V}}, \\ \frac{1}{3}\left(\frac{P_i^{\mathrm{a}} - jQ_i^{\mathrm{a}}}{(\widehat{U}_i^{\mathrm{a}})^{*}} + \hat{\mathrm{a}}\frac{\left(P_i^{\mathrm{b}} - jQ_i^{\mathrm{b}}\right)}{(\widehat{U}_i^{\mathrm{b}})^{*}} + \hat{\mathrm{a}}^2 \frac{P_i^{\mathrm{c}} - jQ_i^{\mathrm{c}}}{(\widehat{U}_i^{\mathrm{c}})^{*}}\right), i \in \alpha_{\mathrm{P_\Sigma Q_\Sigma}}. \end{cases} \quad (8d)$$

Delovi modela direktnog (7a), (7b), inverznog (7c) i nultog (7d) redosleda povezani su relacijama (8a)–(8d); nove aproksimacije levih strana relacija (7a)–(7d) izračunavaju se primenom relacija (8a)–(8d). U ovom radu predloženo je da se nelinearni model (7a)–(7d) rešava kombinacijom dva iterativna metoda. U h-toj iteraciji relacije dela modela direktnog redosleda (7a) i (7b) rešavaju se jednom iteracijom Njutnovog metoda [5], dok se jedna iteracija implicitnog $\mathrm{Z_{BUS}}$ metoda [5] koristi za rešavanje delova modela inverznog i nultog redosleda (7c) i (7d):

$$(\boldsymbol{\Delta S}^{+})^{h} = (\boldsymbol{JAC}^{+})^{h}(\boldsymbol{\Delta X}^{+})^{h}, \tag{9a}$$

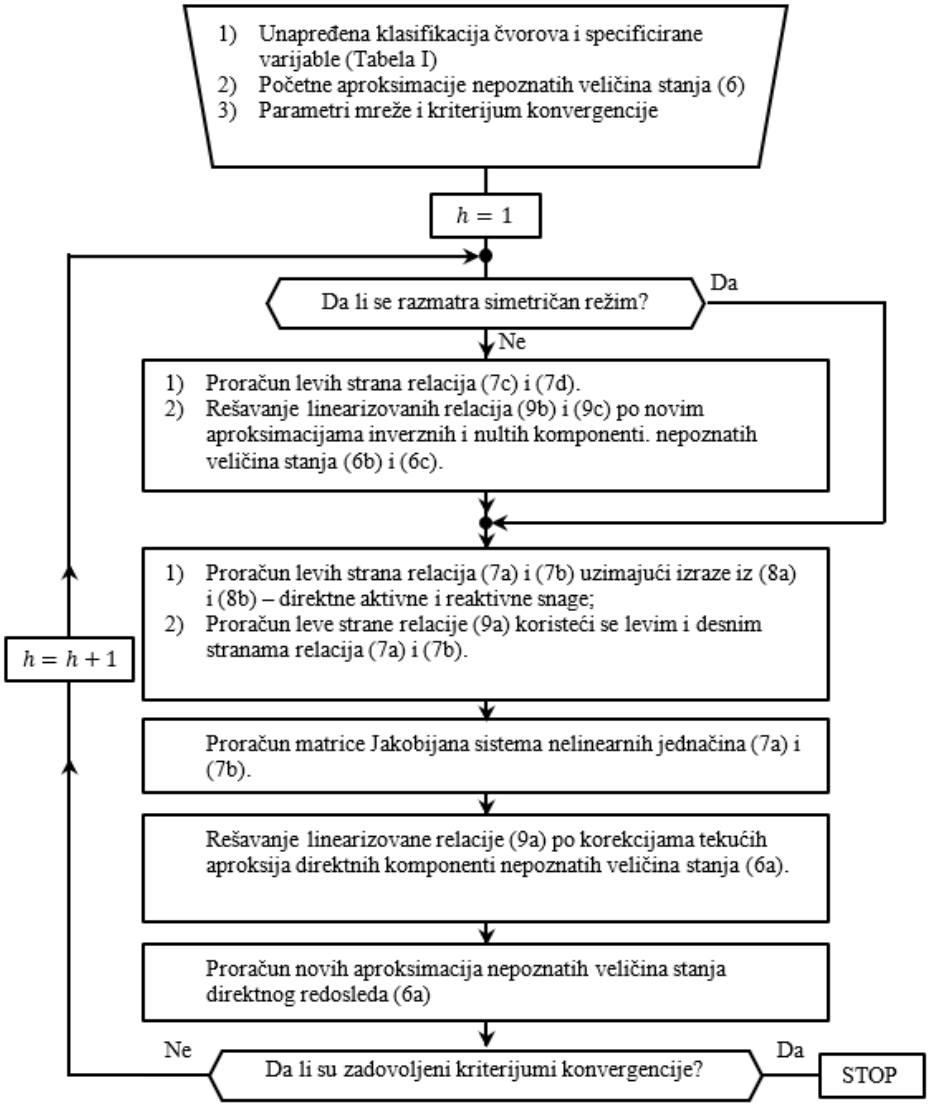
$$\left(\hat{\boldsymbol{J}}^{-}\right)^{h} = \left(\hat{\boldsymbol{Y}}^{-}\right)\left(\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{T}}^{-}\right)^{h+1}, \tag{9b}$$

$$\left(\hat{\boldsymbol{J}}^{0}\right)^{h} = \left(\hat{\boldsymbol{Y}}^{0}\right)\left(\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{T}}^{0}\right)^{h+1}, \tag{9c}$$

pri čemu $\boldsymbol{\Delta S}^{+}$ predstavlja vektor reziduala aktivnih i reaktivnih snaga, $\boldsymbol{JAC}^{+}$ matricu Jakobijana dela modela direktnog redosleda (7a) i (7b), dok su $\hat{\boldsymbol{J}}^{-}, \hat{\boldsymbol{J}}^{0}$ vektori levih strana relacija (7c) i (7d). Matrice $\hat{\boldsymbol{Y}}^{-}$ i $\hat{\boldsymbol{Y}}^{0}$ dobijaju se iz matrica admitansi tradicionalnih pogonskih kola inverznog i nultog redosleda, kao što je to opisano u [5]. Tri linearizovane relacije (9a)–(9c) rešavaju se po vektoru korekcije nepoznatih veličina stanja direktnog redosleda $\boldsymbol{\Delta X}^{+}$, i po vektorima nepoznatih veličina stanja inverznog i nultog redosleda $\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{T}}^{-}$ i $\hat{\boldsymbol{X}}_{\mathrm{T}}^{0}$, u redosledu kako je navedeno. Proračun novih aproksimacija nepoznatih veličina stanja direktnog redosleda vrši se na sledeći način:

$$(\boldsymbol{\Delta X}^{+})^{h} = (\boldsymbol{X}^{+})^{h+1} + (\boldsymbol{\Delta X}^{+})^{h}. \tag{10}$$

Blok-dijagram celokupne procedure prikazan je na Slici 4.



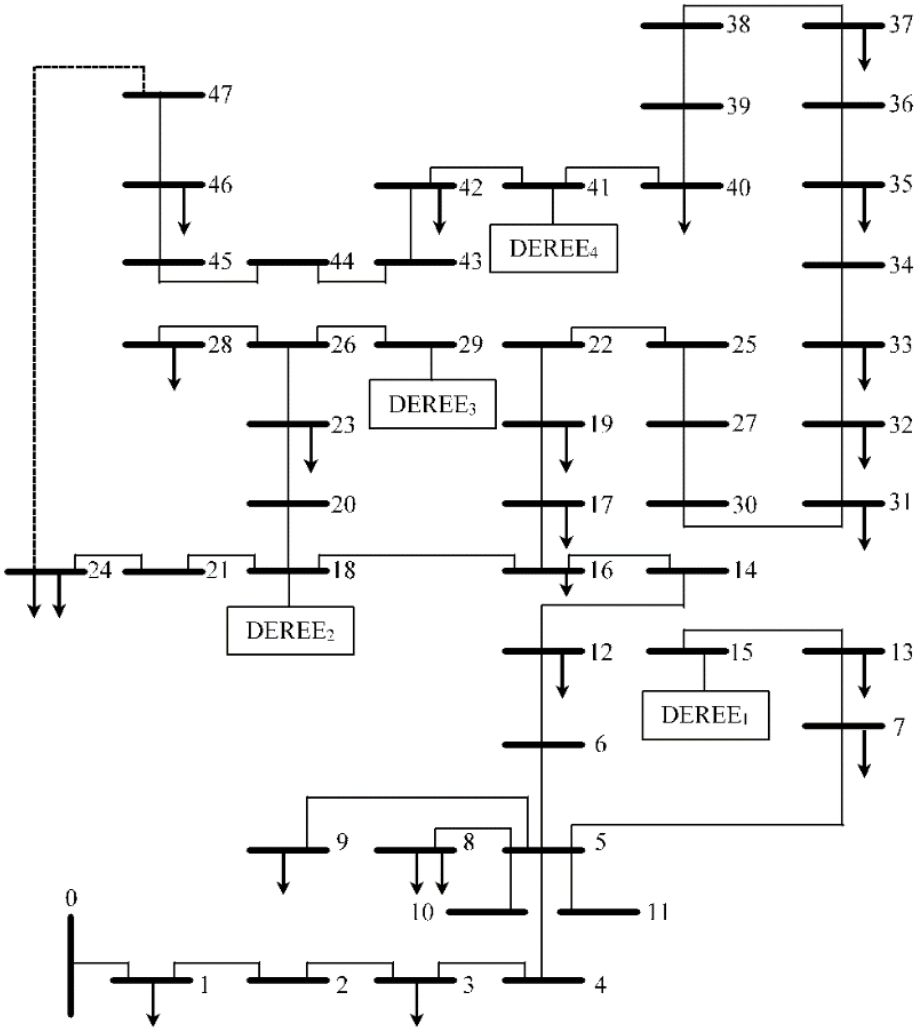
Slika 4 – Blok-dijagram celokupne procedure

3 REZULTATI PRORAČUNA TOKOVA SNAGA

Razmatra se realna DM malih dimenzija prikazana na Slici 5. Dužine i tipovi svih vodova dati su u Tabeli II, dok je konfiguracija za svaki tip voda data u Tabeli III. DER i DEREE sa Slike 5 povezani su na DM preko blok-transformatora koji nisu eksplicitno prikazani. Potrebno je istaći da je korišćena numerička biblioteka [10].

3.1 Uticaj na rezultate proračuna tokova snaga

Tri studije slučajeva su posmatrane: u Slučaju 1, razmatra se uravnotežena DM; Slučaj 2 uključuje neuravnoteženu potrošnju i tradicionalne DER i DEREE bez dodatnih upravljačkih strategija u nesimetričnim režimima; u Slučaju 3 razmatraju se dodatne upravljačke strategije DEREE. Tipovi čvorova za svaki od pomenuta tri slučaja dati su u Tabeli IV.



Slika 5 – Realna DM malih dimenzija

3.1.1 Slučaj 1

U ovom slučaju upotrebljeni su tradicionalni modeli tokova snaga uzimajući u obzir da je sistem uravnotežen, u simetričnom režimu. Izvori $DEREE_1$–$DEREE_4$ povezani su redom na čvorove 15, 18, 29 i 41. Balansnom čvoru 1 dodeljen je napon modula 20 kV i ugla 0°. Trofazna

injektirana aktivna snaga svih DEREE podešena je na 900 kW. Trofazna injektirana reaktivna snaga podešena je na 100 kvar za $DEREE_1$ i $DEREE_3$. Moduli napona koje $DEREE_2$ i $DEREE_4$ održavaju u čvorovima priključenja iznose 20 kV. Parametri DEREE, uključujući nominalni napon, nominalnu snagu, direktne, inverzne i nulte pogonske admitanse, jednaki su za sve resurse i iznose redom: $V_{\mathrm{n}} = 20$ [kV], $S_{\mathrm{n}} = 1$ [MVA], $\hat{Y}^{+} = 110$ %, $\hat{Y}^{-} = 20$ %, $\hat{Y}^{0} = 10$ %. Potrošači su povezani na one čvorove gde je to na Slici 4 šematski označeno strelicama.

Tabela II – Tipovi i dužine vodova

Grana	Tip voda	Dužina [m]	Grana	Tip voda	Dužina [m]
0-1	EHP 48 95/20	950	22-25	XHE 49-A 150/20	22
1-2	EHP 48 95/20	360	23-26	Al 3x50/20	10
2-3	XHE 49-A 150/20	15	25-27	XHE 49-A 150/20	62
3-4	XHE 49-A 150/20	15	26-28	Al 3x50/20	325
4-5	EHP 48 95/20	650	26-29	Al 3x50/20	359
5-6	EHP 48 95/20	1056	27-30	XHE 49-A 150/20	574
5-7	EHP 48 95/20	112	30-31	XHE 49-A 150/20	451
5-8	XHP 48 150/20	219	31-32	XHE 49-A 150/20	1172
5-9	EHP 48 95/20	200	32-33	XHE 49-A 150/20	336
5-10	/	/	33-34	EHP 48 95/20	36
5-11	/	/	34-35	XHE 49-A 150/20	405
6-12	XHE 49-A 150/20	354	35-36	XHE 49-A 150/20	69
7-13	XHP 48 150/20	211	36-37	XHE 49-A 150/20	117
12-14	XHE 49-A 150/20	353	37-38	XHE 49-A 150/20	118
13-15	XHE 49-A 150/20	402	38-39	EHP 48 95/20	485
14-16	EHP 48 95/20	241	39-40	XHP 48 150/20	383
16-17	XHE 49-A 150/20	796	40-41	XHP 48 150/20	356
16-18	EHP 48 95/20	465	41-42	EHP 48 95/20	70
17-19	XHE 49-A 150/20	214	42-43	EHP 48 95/20	201
18-20	Al 3x50/20	20	43-44	XHE 49-A 150/20	59
18-21	Al 3x50/20	659	44-45	XHE 49-A 150/20	60
19-22	XHE 49-A 150/20	198	45-46	EHP 48 95/20	604
20-23	Al 3x50/20	200	46-47	EHP 48 95/20	261
21-24	EHP 48 95/20	48			

Tabela III – Parametri vodova

Tip voda	r^{d} [Ω/km]	x^{d} [Ω/km]	b^{d} [µS/km]	r^{0} [Ω/km]	x^{0} [Ω/km]	b^{0} [µS/km]
EHP 48 95/20	0,232	0,124	64,1	1,15	0,619	38,46
XHE 49-A 150/20	0,206	0,117	74,1	0,96	0,37	44,5
XHP 48 150/20	0,124	0,110	141	0,86	0,37	66
Al 3x50/20	0,595	0,368	2,9	0,756	1,136	1,38

Tabela IV – Klasifikacija čvorova

Čvor	Tip čvora		
	Slučaj 1	Slučaj 2	Slučaj 3
0	θV	3θV	3θV
15	PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}I$
18	PV	$P_{\Sigma}V$	$P_{\Sigma}VI$
29	PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}V_{\mathrm{sim}}$
41	PV	$P_{\Sigma}V$	$P_{\Sigma}V_{\mathrm{sim}}$
Ostali čvorovi	PQ	3PQ	3PQ

Trofazne aktivne i reaktivne snage svakog od potrošača iznose 330 kW i 50 kvar, respektivno. Izračunati moduli napona i injektiranih struja u čvorovima 15, 18, 29 i 41 (generatorski čvorovi) prikazani su u Tabeli V.

Tabela V – Rezultati proračuna tokova snaga za Slučaj 1

Čvor ID	Modul napona [V]	Modul injektirane struje [A]
15	19.989,77	28,88
18	20.000,00	62,03
29	20.010,15	28,85
41	20.000,00	110,20

3.1.2 Slučaj 2

Ovaj slučaj izveden je iz Slučaja 1 tako što su svi potrošači učinjeni neuravnoteženim. Aktivne i reaktivne snage po fazama specificirane su redom za svaki od potrošača: $P_{\mathrm{a}} = 150$ [kW], $P_{\mathrm{b}} = 110$ [kW], $P_{\mathrm{c}} = 70$ [kW], $Q_{\mathrm{a}} = 22$ [kvar], $Q_{\mathrm{b}} = 16$ [kvar], $Q_{\mathrm{c}} = 12$ [kvar]. Moduli direktnih komponenti napona za DEREE_2 i DEREE_4 specificirani su i iznose 20 kV. Izračunati moduli napona i injektiranih struja u čvorovima 15, 18, 29 i 41 (generatorski čvorovi) predstavljeni su u Tabeli VI. Značajna nesimetrija može se primetiti i za napone i za injektirane struje čvorova, kako je nadalje opisano.

(i) U čvoru 15, modul faznog napona kreće se u opsegu od 19.793 do 20.086 V (Tabela VI), u poređenju sa Slučajem 1 gde je vrednost napona 19.989 V u svakoj fazi (Tabela V). Takođe, vrednosti modula injektiranih faznih struja kreću se od 12 do 26 A, u poređenju sa Slučajem 1 (28 A po fazi).

(ii) U čvoru 18, modul faznog napona kreće se u opsegu od 19.671 do 20.174 V (Tabela VI), u poređenju sa Slučajem 1 gde je vrednost od 20.000 V u svakoj fazi (Tabela V). Takođe, vrednosti modula injektiranih faznih struja kreću se od 59 do 67 A, u poređenju sa Slučajem 1 (62 A po fazi). Ovo ukazuje da korišćenje tradicionalnih modela tokova snaga nije dovoljno za precizan proračun tokova snaga u neuravnoteženim DM.

Tabela VI – Rezultati proračuna tokova snaga za Slučaj 2

ID čvora	Modul napona [V]			Modul injektirane struje [A]		
	V_{a}	V_{b}	V_{c}	I_{a}	I_{b}	I_{c}
15	19.793,38	20.070,25	20.086,31	26,53	19,18	12,24
18	19.671,91	20.155,55	20.174,98	67,60	62,13	59,84
29	19.686,18	20.164,41	20.182,12	31,94	30,37	24,67
41	19.589,45	20.196,97	20.217,38	117,22	109,33	108,19

3.1.3 Slučaj 3

Ovaj slučaj izveden je iz Slučaja 2 uvođenjem dodatnih upravljačkih strategija DEREE. Izvori DEREE_1 i DEREE_3 injektiraju simetrične struje u sve tri faze, dok DEREE_2 i DEREE_4 održavaju simetrične napone. Izračunati moduli faznih napona i moduli injektiranih faznih struja u čvorovima 15, 18, 29 i 41 prikazani su u Tabeli VII. Nakon uvođenja dodatnih upravljačkih strategija, mogu se dati zaključci dati u nastavku.

(i) Moduli faznih struja injektiranih u čvor 15 su jednaki (28 A), u poređenju sa Slučajem 2 (Tabela VI), gde se kreću u rasponu od 12 do 26 A. Slično se može zaključiti i za čvor 29 u koji je priključen $DEREE_3$ sa istom upravljačkom strategijom.

(ii) Moduli faznih napona u čvoru 18 su jednaki (20.000 V) u poređenju sa različitim vrednostima modula napona dobijenim u Slučaju 2. Odnosno, trojka napona čvora 18 jesu simetrični naponi (Tabela VII) za razliku od trojke napona čvora 18 iz Slučaja 2 (Tabela VI). Vrednosti modula injektiranih struja čvora 18 kreću se u opsegu od 53 do 87 A, što je mnogo širi opseg u poređenju sa Slučajem 2, gde su vrednosti u opsegu od 59 do 67 A. Slični zaključci mogu se izvesti i za čvor 41. Ovo ukazuje na neophodnost modelovanja upravljačkih strategija DEREE u proračunu tokova snaga aktivnih DM sa priključenim DEREE.

Tabela VII – Rezultati proračuna tokova snaga za Slučaj 3

ID čvora	Modul napona [V]			Modul injektirane struje [A]		
	V_a	V_b	V_c	I_a	I_b	I_c
15	19.946,11	19.992,48	20.010,77	28,88	28,88	28,88
18	20.000,00	20.000,00	20.000,00	87,08	61,01	53,85
29	20.004,33	20.012,88	20.013,15	28,85	28,85	28,85
41	20.000,00	20.000,00	20.000,00	123,75	111,28	104,21

4 ZAKLJUČAK

U ovom radu predloženi su model i procedura za proračun tokova snaga DM koji objedinjuju modele trofaznih DM i modele tradicionalnih DER i onih DER koji su priključeni na mrežu preko uređaja energetske elektronike (DEREE). U okviru modela implementirane su različite upravljačke strategije DER, kao i DEREE. Dodatne upravljačke strategije implementirane su posredstvom uređaja energetske elektronike u uslovima nesimetričnih režima DM. Pored toga, u postupku proračuna tokova snaga primenjeno je rešenje koje objedinjuje proračune tradicionalnih i nesimetričnih tokova snaga. Takođe, ovo rešenje omogućava implementaciju višenitnog pristupa čime bi se proračuni u velikim DM značajno ubrzali i bili korisni za realizaciju industrijskih softvera.

LITERATURA

[1] S. Survey, N. Impram, B. Varbak and B. Oral, „Challenges of renewable energy penetration on power system flexibility," *Energy Strategy Reviews*, 31, 2020, 1-12, DOI: https://doi.org/10.1016/j.esr.2020.100539

[2] M. Kamh, R. Iravani, „Unified Three-Phase Power-Flow Analysis Model for Electronically Coupled Distributed Energy Resources," *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2, 2011, 899-909, DOI: https://doi.org/10.1109/TPWRD.2010.2094627

[3] L. Castroa, J. Rodríguez-Rodrígueza and C. Martin-del-Campob, „Modelling of PV systems as distributed energy resources for steady-state power flow studies," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 115, 2020, 1-9, DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105505

[4] T. Cioara, M. Antal, V. Mihailescu, C. Antal, M. Anghel and D. Mitrea, „Blockchain-Based Decentralized Virtual Power Plants of Small Prosumers," *IEEE Access*, 9, 2021, 29490-29504, DOI: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3059106

[5] N. Vojnović, M. Vidaković and J. Vidaković, „Multi-threaded unbalanced power flow of large-scale networks with advanced bus classification," *Computers and Electrical Engineering*, 101, 2022, 108134, DOI: https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2022.108134

[6] N. Vojnović, J. Vidaković and M. Vidaković, „Decoupled load flow for large-scale multiphase distribution networks," *Sustainable Energy, Grids and Networks*, 34, 2023, 101049, DOI: https://doi.org/10.1016/j.segan.2023.101049

[7] D. Yoon, H. Youngsun, „Parallel Power Flow Computation Trends and Applications: A Review Focusing on GPU," *Energies*, 13, 2020, 1-18, DOI: https://doi.org/10.3390/en13092147

[8] L. Zhang, Y. Liu, P. Zhang, W. Tang, J. Lv, L. Zhang and D. Li, „Parallel computing of power flow for complex distribution network with DGs," *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 33, 2017, 2987-2997, DOI: https://doi.org/10.3233/JIFS-169350

[9] D. Yoon, S. Kang, M. Kim and Y. Han, „Exploiting Coarse-Grained Parallelism Using Cloud Computing in Massive Power Flow Computation," *Energies*, 11, 2018, 1-15, DOI: https://doi.org/10.3390/en11092268

[10] S. Kumar, E. Chandrasekharan, „A parallel distributed computing framework for Newton-Raphson load flow analysis of large interconnected power systems," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 73, 2015, 1-6, DOI: https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2015.03.020

[11] Intel MKL biblioteka, dostupno na: https://www.intel.com/content/www/us/en/developer/tools/oneapi/onemkl.html#gs.gt3013 , pristupljeno 2026-05-29