Broj rada: R2-01
DOI:10.46793/CIRED2026.R2-01_151

NESIMETRICNI REZIMI RADA TROFAZNIH TRANSFORMATORA

UNBALANCED OPERATING CONDITIONS OF THREE-PHASE TRANSFORMERS

Marko NOVKOVIĆ, Univerzitet u Beogradu Elektrotehnički fakultet, Srbija*
Zoran RADAKOVIĆ, Univerzitet u Beogradu Elektrotehnički fakultet, Srbija

KRATAK SADRŽAJ

Na prethodne dve CIRED Srbija konferencije prezentovali smo radove koji su se bavili određivanjem maksimalnih struja kratkog spoja kroz namotaje transformatora pri svim tipovima kratkog spoja na priključcima tronamotajnih transformatora različitih sprega. U radu na konferenciji 2022.godine razmotren je širok spektar slučajeva, kako za različite sprege (YNd5d5 i Dd0d0), tako i za razne kombinacije aktivnih mreža. Razmatrani su svi tipovi kvara i slučajevi različitih aktivnih mreža na koje su povezani transformatori. Motivacija za rad je nastala iz potrebe analize struja kratkih spojeva u mreži sopstvene potrošnje na termoelektrani Kostolac Blok 3. U radu na konferenciji 2024. godine prikazan je kompletan softver realizovan u C# programskom jeziku, uz korišćenje Windows Presentation Foundation (WPF) podsistema, koji omogućava proračune struja kratkih spojeva kroz namotaje transformatora. Sličan slučaj kao u navedenim kratkim spojevima, gde se za određivanje raspodele struje kratkog spoja mora primeniti teorija simetričnih komponenti, ima se kad trofazni transformator radi u nesimetričnim uslovima. U ovom radu se izlaže teorija i prikazuju rezultati njene primene na slučaje nesimetričnog opterećenja i nesimetričnih napona napajanja primara transformatora. Primer će se dati za distributivni trofazni transformator 10 kV/0,4 kV, sprege Dyn11.

Ključne reči: Nesimetrično opterećenje, Nesimetrični naponi napajanja, Trofazni transformatori, Sprege

ABSTRACT

At the two previous CIRED Serbia conferences, papers were presented addressing the determination of maximum short-circuit currents in transformer windings for all types of short circuits at the terminals of three-winding transformers with different vector groups. The paper presented at the 2022 conference considered a wide range of cases, including different vector groups (YNd5d5 and Dd0d0) as well as various combinations of active networks. All fault types and different configurations of active networks connected to the transformers were analyzed. The motivation for this research arose from the need to analyze short-circuit currents in the auxiliary power supply network of the Kostolac Thermal Power Plant, Unit 3. In the paper presented at the 2024 conference, a complete software tool implemented in the C# programming language, using the Windows Presentation Foundation (WPF) framework, was presented, enabling the calculation of short-circuit currents through transformer windings. A situation similar to the analyzed short-circuit conditions, where the theory of symmetric components must be applied to determine current distribution, also occurs when a three-phase transformer

* Marko Novković novkovic@etf.rs; Zoran Radaković radakovic@etf.rs

operates under unbalanced conditions. This paper presents the theoretical background and the results of its application to cases of unbalanced load and unbalanced primary supply voltages. An example is given for a three-phase distribution transformer rated 10 kV/0.4 kV with vector group Dyn11.

Keywords: Unbalanced load, Unbalanced supply voltages, Three-phase transformers, Vector groups

UVOD

Nesimetrični režimi u normalnom radu trofaznih transformatora (struje u slučaju kvara nisu tema ovog rada), nesimetrično opterećenje i nesimetrični naponi napajanja, javljaju su distributivnim mrežama i mogu prouzrokovati povećane gubitke, struje kroz neutralni provodnik, asimetriju napona na potrošačima i ubrzano starenje izolacije [1]. Teorijski alat za analizu ovih pojava je teorija simetričnih komponenti, razvijena upravo za opise nesimetričnih trofaznih sistema [2], [3].

U prethodnim radovima na CIRED Srbija konferencijama [4], [5] prikazane su metode i softver za određivanje maksimalnih struja kratkih spojeva u namotajima energetskih transformatora. Iste matematičke osnove, razdvajanje na direktni (*d*), inverzni (*i*) i nulti (*0*) sistem i formiranje odgovarajućih zamenskih šema, primenjuju se i pri analizi ostalih nesimetričnih radnih režima.

U ovom radu prikazana je primena teorije simetričnih komponenti na opšti slučaj nesimetričnog rada trofaznog dvonamotajnog transformatora sprege Dyn11, pri kome istovremeno postoje nesimetrično trofazno opterećene i nesimetrični napon napajanja na primaru. Prikazana je dedukcija matematičkog modela, sistem od tri složene linearne jednačine čijim rešavanjem se dobijaju struje sekundara u (*0di*) sistemu, i dat je numerički primer za transformator snage 630 kVA, 10/0,4 kV. Pored toga, u cilju sagledavanja uticaja sprege na vrednosti struja dat je i pregled rezultata primene ove teorije na transformatore obrađene u prethodnim radovima [4] i [5], pri nesimetričnom opterećenju na sekundarima svakog od transformatora 110 kV/6,6 kV/6,6 kV, YNd5d5 i 22 kV/6,6 kV/6,6 kV, Dd0d0.

1 TEORIJA SIMETRIČNIH KOMPONENTI

Po teoriji simetričnih komponenti, nesimetrični trofazni sistem napona (u kome su fazne vrednosti indeksirane sa *abc*) ili struja može se razložiti na tri fiktivna sistema: direktni (*d*), inverzni (*i*) i nulti (*0*). Transformacija nesimetričnog trofaznog sistema u tri fiktivna simetrična sistema se vrši pomoću matrice $\boldsymbol{A}$ i njene inverzne matrice $\boldsymbol{A}^{-1}$ [2]:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{A^{-1}} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}, \tag{2}$$

gde je

$$a = 1\angle 120° = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } a^2 = 1\angle -120° = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (3)$$

Transformacija napona i struja između faznog (*abc*) i sistema simetričnih komponenti (*0di*) vrši se na sledeći način:

$$\boldsymbol{U_{abc} = AU_{0di}} \text{ и } \boldsymbol{U_{0di} = A^{-1}U_{abc}}, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{I_{abc} = AI_{0di}} \text{ и } \boldsymbol{I_{0di} = A^{-1}I_{abc}}, \quad (5)$$

gde su $\boldsymbol{U_{abc}}$, $\boldsymbol{U_{0di}}$, $\boldsymbol{I_{abc}}$ i $\boldsymbol{I_{0di}}$ vektori napona, odnosno struja, u odgovarajućem sistemu.

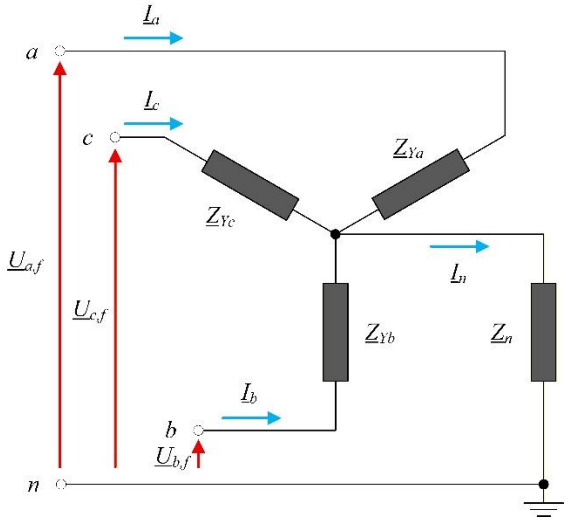
Transformacija nesimetričnog opterećenja vrši se na sledeći način [2]:

$$\boldsymbol{Z_{0di}} = \mathrm{A}^{-1}\boldsymbol{Z_{abc}}\mathrm{A}, \quad (6)$$

gde je $\boldsymbol{Z_{abc}}$ matrica opterećenja u (*abc*) sistemu za opšti slučaj opterećenja vezanog u zvezdu i da postoji impedansa između zvezdišta i nultog provodnika $\underline{Z}_n$ (Slika 1).

$$\boldsymbol{Z_{abc}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{Ya} + \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \\ \underline{Z}_n & \underline{Z}_{Yb} + \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \\ \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_{Yc} + \underline{Z}_n \end{bmatrix}. \quad (7)$$

U slučaju kada je opterećenje vezano u trougao, moguće je izvršiti transformaciju iz trougla u zvezdu bez veze zvezdišta sa neutralnom tačkom ($\underline{Z}_n \to \infty$). Za nesimetrično opterećenje bez izvedenog nultog provodnika matrica $\boldsymbol{Z_{abc}}$ postaje dijagonalna.



Slika 1 – Slučaj opterećenja spregnutog u zvezdu sa izvedenim neutralnim provodnikom.

Zamenom (1), (2) i (7) u izraz (6) dobija se

$$\boldsymbol{Z_{0di}} = \begin{bmatrix} \underline{\xi}_0 & \underline{\xi}_i & \underline{\xi}_d \\ \underline{\xi}_d & \underline{\xi}_0 & \underline{\xi}_i \\ \underline{\xi}_i & \underline{\xi}_d & \underline{\xi}_0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

gde je, pri $\underline{Z}_n = 0$,

$$\underline{\xi}_0 = \frac{1}{3}\left(\underline{Z}_{Ya} + \underline{Z}_{Yb} + \underline{Z}_{Yc}\right), \tag{9}$$

$$\underline{\xi}_d = \frac{1}{3}\left(\underline{Z}_{Ya} + a\underline{Z}_{Yb} + a^2\underline{Z}_{Yc}\right), \tag{10}$$

$$\underline{\xi}_i = \frac{1}{3}\left(\underline{Z}_{Ya} + a^2\underline{Z}_{Yb} + a\underline{Z}_{Yc}\right). \tag{11}$$

Za simetrično opterećenje ($\underline{Z}_{Ya} = \underline{Z}_{Yb} = \underline{Z}_{Yc} = \underline{Z}_{opt}$) matrica $\boldsymbol{Z_{0di}}$ postaje dijagonalna sa vrednošću $\underline{Z}_{opt}$ na dijagonali. Naponi na krajevima opterećenja u (*0di*) sistemu, dobijeni iz matrične veze $\boldsymbol{U_{0di}} = \boldsymbol{Z_{0di}}\,\boldsymbol{I_{0di}}$, su:

$$\underline{U}_0 = \underline{\xi}_0\,\underline{I}_0 + \underline{\xi}_i\,\underline{I}_d + \underline{\xi}_d\,\underline{I}_i, \tag{12}$$

$$\underline{U}_d = \underline{\xi}_d\,\underline{I}_0 + \underline{\xi}_0\,\underline{I}_d + \underline{\xi}_i\,\underline{I}_i, \tag{13}$$

$$\underline{U}_i = \underline{\xi}_i\,\underline{I}_0 + \underline{\xi}_d\,\underline{I}_d + \underline{\xi}_0\,\underline{I}_i. \tag{14}$$

2 ZAMENSKA ŠEMA TRANSFORMATORA U SISTEMU SIMETRIČNIH KOMPONENTI

Za direktni i inverzni sistem, zamenska šema transformatora je uobičajena šema sa impedansom kratkog spoja $\underline{Z}_k$ (uz zanemarenje grane magnećenja). Zamenska šema za nulti sistem zavisi od sprege transformatora, ovaj aspekt detaljno je razmatran u [2] i [4] i biće primenjen na transformator sprege Dyn11 u poglavlju 3, kao i na dva tronamotajna transformatora u poglavlju 6.

Naponska jednačina (svedena na napon sekundara) u svakom od tri sistema simetričnih komponenti glasi:

$$\underline{U}_{2,0} = \underline{Z}_{t,0}\,\underline{I}_0 + \underline{U}_0, \tag{15}$$

$$\underline{U}_{2,d} = \underline{Z}_{t,d}\,\underline{I}_d + \underline{U}_d, \tag{16}$$

$$\underline{U}_{2,i} = \underline{Z}_{t,i}\,\underline{I}_i + \underline{U}_i, \tag{17}$$

gde su $\underline{Z}_{t,0}$, $\underline{Z}_{t,d}$ i $\underline{Z}_{t,i}$ impedanse transformatora u nultom, direktnom i inverznom sistemu, $\underline{U}_{2,0}$, $\underline{U}_{2,d}$ i $\underline{U}_{2,i}$ a naponi sekundara u odgovarajućem sistemu, koji zavise od napona mreže na primaru i sprege transformatora.

Nesimetrični linijski naponi na primaru $\underline{U}_{AB}$, $\underline{U}_{BC}$ i $\underline{U}_{CA}$ se prvo transformišu u nesimetrične fazne vrednosti ($\underline{U}_A = \underline{U}_{AB}$, $\underline{U}_B = \underline{U}_{BC}$ i $\underline{U}_C = \underline{U}_{CA}$,).

Iz vrednosti $\underline{U}_A$, $\underline{U}_B$ i $\underline{U}_C$, primenom izraza (4) dobijaju se vrednosti napona primara u (*0di*) sistemu $\underline{U}_{1,0}$, $\underline{U}_{1,d}$ i $\underline{U}_{1,i}$. Naponi na sekundaru zavise od sprege i satnog broja (k), pa važi [6]:

$$\underline{U}_{2,0} = \frac{\underline{U}_{1,0}}{n}, \tag{18}$$

$$\underline{U}_{2,d} = \frac{\underline{U}_{1,d}}{n}\, e^{-jk\cdot 30^\circ}, \tag{19}$$

$$\underline{U}_{2,i} = \frac{\underline{U}_{1,i}}{n} e^{jk\cdot 30^\circ}, \tag{20}$$

gde n prenosni odnos transformatora.

3 KARAKETRISTIKE SPREGE Dyn11 U SISTEMU SIMETRIČNIH KOMPONENTI

Sprega Dyn11 ima tri karakteristike koje bitno određuju ponašanje transformatora pri nesimetričnim režimima.

3.1 Primarna strana: namotaji spregnuti u trougao (D)

Ukoliko postoje nulte struje sa sekundarne strane, one će se preslikati u namotaje primara, ali će se zatvoriti u trouglu i neće ulaziti u mrežu. Direktna posledica je da nulta komponenta mrežnog napona ne daje doprinos naponskom izvoru sekundara. Bez obzira na vrednost nulte komponente primernog napona ($\underline{U}_{1,0}$), uvek će važiti $\underline{U}_{2,0} = 0$.

3.2 Sekundarna strana: namotaji spregnuti u zvezdu sa uzemljenom neutralnom tačkom (yn)

Usled sprege namotaja sekundara u zvezdu, nulta impedansa transformatora posmatrana sa strane sekundara približno je jednaka impedansi u direktnom/inverznom sistemu ($\underline{Z}_{t,0} = \underline{Z}_{t,d} = \underline{Z}_{t,i} = \underline{Z}_k$). Nulta impedansa posmatrano sa strane primara je beskonačno velika.

3.3 Fazni pomak: k = 11

Satni broj $k = 11$ odgovara faznom pomaku od -330° u smislu kašnjenja sekundarnog napona (direktna komponenta, izraz (19)), odnosno +330° prednjačena sekundarnog napona (inverzna komponenta, izraz (20)) u odnosu na primarni:

$$\underline{U}_{2,d} = \frac{\underline{U}_{1,d}}{n}\, e^{-j330^\circ} \text{ i } \underline{U}_{2,i} = \frac{\underline{U}_{1,i}}{n} e^{j330^\circ},. \tag{21}$$

4 OPŠTI MATEMATIČKI MODEL – ISTOVREMENA NESIMETRIJA NAPAJANJA I OPTEREĆENJA

Zamenom izraza (12) – (14) u naponske jednačine (15) – (17) i uvažavanjem specifičnosti sprege Dyn11, $\underline{U}_{2,0} = 0$ (poglavlje 3), dobija se sistem od tri složene linearne jednačine po nepoznatim strujama $\underline{I}_0$, $\underline{I}_d$ i $\underline{I}_i$:

$$0 = \left(\underline{Z}_{t,0} + \underline{\xi}_0\right)\underline{I}_0 + \underline{\xi}_i\,\underline{I}_d + \underline{\xi}_d\,\underline{I}_i, \tag{22}$$

$$\underline{U}_{2,d} = \underline{\xi}_d\underline{I}_0 + \left(\underline{Z}_{t,d} + \underline{\xi}_0\right)\,\underline{I}_d + \underline{\xi}_i\,\underline{I}_i, \tag{23}$$

$$\underline{U}_{2,i} = \underline{\xi}_i\underline{I}_0 + \,\underline{\xi}_d\underline{I}_d + \left(\underline{Z}_{t,i} + \underline{\xi}_0\right)\underline{I}_i. \tag{24}$$

Rešavanjem sistema (22) – (24) dobijaju se struje $\underline{I}_0$, $\underline{I}_d$ i $\underline{I}_i$. Struje sekundara u faznom sistemu dobijaju se inverznom transformacijom:

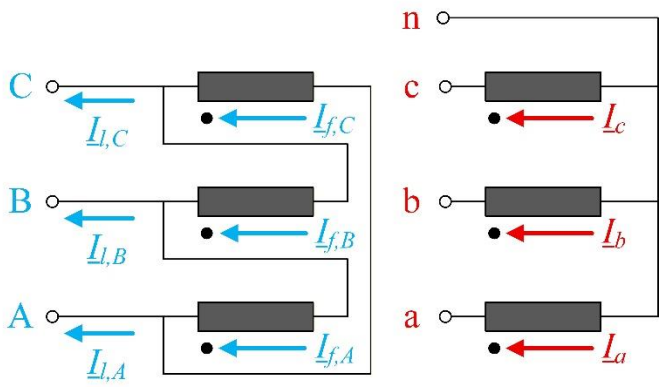
$$\boldsymbol{I_{abc} = AI_{0di}}, \tag{25}$$

$$\underline{I}_n = 3\underline{I}_0. \tag{26}$$

Struje kroz primarne namotaje i mrežne provodnike određuju se na osnovu prenosnog odnosa i veze trougla (zbog sprege Dyn11, namotaj faze *a* na sekndaru je na istom stubu kao i namotaj primara povezan između priključaka A i B – Slika 2):

$$\underline{I}_{f,A} = \frac{\underline{I}_a}{n}, \qquad \underline{I}_{f,B} = \frac{\underline{I}_b}{n}, \qquad \underline{I}_{f,C} = \frac{\underline{I}_c}{n}, \tag{27}$$

$$\underline{I}_{l,A} = \underline{I}_{f,A} - \underline{I}_{f,C}, \qquad \underline{I}_{l,B} = \underline{I}_{f,B} - \underline{I}_{f,A}, \qquad \underline{I}_{l,C} = \underline{I}_{f,C} - \underline{I}_{f,B}. \tag{28}$$



Slika 2 – Šema veza namotaja transformatora u slučaju sprege Dyn11.

Ključna razlika opšteg slučaja od posebnih: 1) pri samo nesimetričnom opterećenju (simetrično napajanje) važi da je $\underline{U}_{2,i} = 0$, odnosno postoji samo direktna komponenta napona napajanja; 2) pri samo nesimetričnom napajanju (simetrično opterećenje) matrica impedansi postaje dijagonalna ($\underline{\xi}_d = \underline{\xi}_i = 0$) pa se tri sistema rasprežu. U opštem slučaju postoje obe nesimetrije i treba rešiti sistem (22) – (24).

5 NUMERIČKI PRIMER – TRANSFORMATOR Dyn11

Numerički primer će se prikazati za distributivni trofazni transformator sledećih nominalnih podataka: $S_n = 630$ kVA, $U_{1,n}/U_{2,n} = 10/0{,}4$ kV, $f = 50$ Hz, $u_k = 4\%$, $\cos\varphi_k = 0{,}07$, sprege Dyn11. Nominalna struja sekundara iznosi $I_{2,n} = 909{,}33$ A

5.1 Parametri transformatora

Impedansa kratkog spoja svedena na naponski nivo sekundara iznosi

$$\underline{Z}_k = \frac{u_k}{100}(cos\,\varphi_k + j\,sin\,\varphi_k)\frac{U_{2,n}}{\sqrt{3}I_{2,n,f}} = (0{,}711 + j10{,}134)\ m\Omega. \tag{29}$$

Impedanse u sistemu simetričnih komponenti jednake su

$$\underline{Z}_{t,d} = \underline{Z}_{t,i} = \underline{Z}_{t,0} = \underline{Z}_k = (0{,}711 + j10{,}134)\ m\Omega. \tag{30}$$

5.2 Nesimetrično napajanje primara

Neka su linijski naponi primara:

$$\underline{U}_{AB} = 10\angle 0°\ kV, \qquad \underline{U}_{BC} = 9\angle -120°\ kV, \qquad \underline{U}_{CA} = 11{,}5\angle 120°\ kV. \tag{31}$$

Vrednosti primarnih napona (31) su usvojene van uobičajenih granica (npr. SRPS EN 50160 dozvoljava odstupanje amplitude napona do ±10% od nominalne vrednosti i faktor nesimetrije napona do 2% [7]). Cilj autora je bio da se prikaže rezultat primene razvijenog preciznog algoritma, potpuno baziranog na teorijskim osnovama, za ekstremne, hipotetičke uslove nesimetrije napajanja. Prikazom takvih rezultata omogućeno je i bolje sagledavanje efekta nesimetrije opterećenja i nesimetrije napona napajanja na nesimetriju struja po fazama.

Pošto je sprega na primaru trougao, fazni naponi jednaki su primarnim, pa su direktna i inverzna komponenta primarnog napona

$$\underline{U}_{1,d} = 10166{,}67\angle 0°\ V, \tag{32}$$

$$\underline{U}_{1,i} = 726{,}48\angle -96{,}59°\ V. \tag{33}$$

Naponski izvor sekundara u (*0di*) sistemu, za k =11, iznosi

$$\underline{U}_{2,0} = 0, \tag{34}$$

$$\underline{U}_{2,d} = 234{,}79\angle 30°\ V, \tag{35}$$

$$\underline{U}_{2,i} = 16{,}78\angle -126{,}59°\ V. \tag{36}$$

5.3 Nesimetrično opterećenje sekundara

Impedanse opterećenja po fazama, spregnute u zvezdu sa direktno uzemljenim zvezdištem:

$$\underline{Z}_a = (0{,}24 + j0{,}12)\ \Omega, \qquad \underline{Z}_b = (0{,}36 + j0{,}18)\ \Omega, \qquad \underline{Z}_c = (0{,}48 + j0{,}24)\ \Omega. \tag{37}$$

Odgovarajući ξ-parametri (izrazi (9) – (11)):

$$\underline{\xi}_0 = (0{,}360 + j0{,}180)\ \Omega, \tag{38}$$

$$\underline{\xi}_d = (-0{,}043 - j0{,}065)\ \Omega, \tag{39}$$

$$\underline{\xi}_i =. (-0{,}077 + j0{,}005)\ \Omega \tag{40}$$

Vrednosti $\underline{\xi}_d \neq 0$ i $\underline{\xi}_i \neq 0$ ukazuju na sprezanje između (*0di*) sistema, što je posledica nesimetrije opterećenja.

5.4 Rešenje sistema jednačina i struje sekundara

Rešavanjem sistema (22) – (24) numeričkim putem dobijaju se struje u (*0di*) sistemu:

$$\underline{I}_0 = 121{,}40\angle -22{,}31°\ A, \tag{41}$$

$$\underline{I}_d = 613{,}41\angle 1{,}96°\ A, \tag{42}$$

$$\underline{I_j} = 80{,}20\angle 16{,}82°\ A. \tag{43}$$

Povratnom transformacijom po izrazu (25) dobijaju se fazne struje sekundara:

$$\underline{I_a} = 802{,}14\angle -0{,}14°\ A, \tag{44}$$

$$\underline{I_b} = 581{,}97\angle -113{,}77°\ A, \tag{45}$$

$$\underline{I_c} = 458{,}51\angle 120{,}20°\ A. \tag{46}$$

$$\underline{I_n} = 3\underline{I_0} = 364{,}20\angle -22{,}31°\ A. \tag{47}$$

5.5 Naponi na opterećenju

Naponi na krajevima opterećenja u faznom sistemu:

$$\underline{U_a} = \underline{Z_a} I_a = 215{,}24\angle 26{,}43°\ V, \tag{48}$$

$$\underline{U_b} = \underline{Z_b} I_b = 234{,}24\angle -87{,}20°\ V, \tag{49}$$

$$\underline{U_c} = \underline{Z_c} I_c = 246{,}06\angle 146{,}77°\ V. \tag{50}$$

Nominalni fazni napon sekundara iznosi $U_{2,n,f}$ = 230,94 V. Naponi na sekundaru se u opštem slučaju razlikuju od nominalne vrednosti zbog pada napona na impedansi transformatora i zbog nesimetričnog opterećenja.

5.6 Struje primara

Struje kroz namotaje primara (prenosni odnos je $n = 10000\cdot\sqrt{3}/400$ zbog D sprege):

$$\underline{I_{f,A}} = \frac{\underline{I_a}}{n} = 18{,}52\angle -0{,}14°\ A, \tag{51}$$

$$\underline{I_{f,B}} = \frac{\underline{I_b}}{n} = 13{,}44\angle -113{,}77°\ A, \tag{52}$$

$$\underline{I_{f,C}} = \frac{\underline{I_c}}{n} = 10{,}59\angle 120{,}20°\ A. \tag{53}$$

Struje u linijskim provodnicima mreže primara:

$$\underline{I_{l,A}} = \underline{I_{f,A}} - \underline{I_{f,C}} = 25{,}56\angle -21{,}08°\ A, \tag{54}$$

$$\underline{I_{l,B}} = \underline{I_{f,B}} - \underline{I_{f,A}} = 26{,}90\angle -152{,}89°\ A, \tag{55}$$

$$\underline{I_{l,C}} = \underline{I_{f,C}} - \underline{I_{f,B}} = 21{,}45\angle 89{,}76°\ A. \tag{56}$$

Provere: $\underline{I_a} + \underline{I_b} + I_c - \underline{I_n} = 0$ i $\underline{I_{l,A}} + \underline{I_{l,B}} + I_{l,C} = 0$. Struje u mreži primara su nesimetrične, iako mreža primara nema pristupačnu nultu tačku (D sprega), što je posledica nesimetričnih struja sekundara.

5.7 Rezultati

U Tabeli I prikazane su efektivne vrednosti struja i napona za tri scenarija: (A) simetrično napajanje, nesimetrično opterećenje ($\underline{Z}_{Ya}$, $\underline{Z}_{Yb}$, $\underline{Z}_{Yc}$); (B) nesimetrično napajanje, simetrično opterećenje ($\underline{Z}_{Ya} = \underline{Z}_{Yb} = \underline{Z}_{Yc} = \underline{Z}_{opt} = \underline{\xi}_0 = (0{,}360 + j0{,}180)\ \Omega$); (C) opšti slučaj – nesimetrično napajanje i nesimetrično opterećenje.

Iz Tabele I se uočava da je struja kroz nulti provodnik jednaka nuli samo pri simetričnom opterećenju i nesimetričnom napajanju (scenario B). Uvođenje nesimetričnog opterećenja (scenario C) uzrokuje pojavu $I_n \approx 365$ A, struje u nultom provodniku koja dodatno opterećuje provodnike i povećava gubitke. Asimetrija faznih struja sekundara između scenarija A i C je mala jer je doprinos nesimetričnog napajanja direktnoj komponenti struje zanemarljivo mali ($\underline{U}_{p,i} = 726{,}48/10166{,}67 \approx 7{,}1\%\ \underline{U}_{p,d}$). Razlike između napona na opterećenju potiču od razlike padova napona koje izazivaju značajno različite struja po fazama a, b i c na impedansama transformatora.

Tabela I – Efektivne vrednosti struja [A] i napona [V] za tri razmatrana scenarija.

Veličina	Scenario A (nesimetrično opterećenje)	Scenario B (nesimetrično napajanje)	Scenario C (opšti slučaj)
I_a	843,97	538,30	802,14
I_b	566,37	581,97	581,97
I_c	426,17	609,34	458,51
I_n	369,83	0	364,20
U_a	226,46	216,66	215,24
U_b	227,96	234,24	234,24
U_c	228,71	245,26	246,06
$I_{l,A}$	25,96	22,90	25,56
$I_{l,B}$	28,31	21,73	26,90
$I_{l,C}$	19,89	24,55	21,45
U_{AB}/U_a	44,16	46,15	46,46
U_{BC}/U_b	43,87	38,42	38,42
U_{CA}/U_c	43,72	46,89	46,74
$I_a/I_{l,A}$	32,51	23,50	31,38
$I_b/I_{l,B}$	20,01	26,78	21,64
$I_c/I_{l,C}$	21,43	24,82	21,37

Nominalna referentna vrednost (za potpuno simetričan slučaj) za odnos napona je $U_{1,n}/U_{2,n,f} = 10000/230{,}94 = 43{,}3$, odnosno za odnos struja $I_{2,n,f}/I_{1,n} = 909{,}33/36{,}37 = 25$ (odnos nominalne struje sekundara i linijske struje primara).

Na osnovu vrednosti u poslednjih 6 redova u Tabeli I može se zaključiti sledeće:

- Za scenario A (nesimetrično opterećenje) naponski odnosi su bliski nominalnoj vrednosti 43,30 jer je napajanje simetrično, ali se strujni odnosi značajno razlikuju (32,51 – 20,01), odnosno nesimetrija opterećenja na sekundaru se utiče na značajnu nesimetriju struja.

- Za scenario B (nesimetrično napajanje) strujni odnosi su bliski nominalnoj vrednosti 25, ali postoji značajno odstupanje naponskih odnosa prouzrokovano nesimetrijom napona na primaru.

- Za scenario C (opšti slučaj) kombinuju se oba efekta i postoji značajno odstupanje i strujnih i naponskih odnosa od nominalnih vrednosti.

U Tabeli II su prikazani rezultati dodatnih proračuna za slučaj nesimetričnog opterećenja po fazama u prisustvu nesimetričnog napajanja. Scenario C1 je identičan scenariju C iz tabele I, a scenariji C2 i C3 nastaju permutacijom impedansi opterećenja (37) po fazama a, b i c. Pokazuje se da je ξ_0, kao srednja vrednost tri impedanse, invarijantno na permutacije, pa struja kroz nulti provodnik ostaje približno nepromenjena (362-403 A) nezavisno od rasporeda. Nasuprot tome, ξ_d i ξ_i rotiraju za ±120° pri cikličnoj permutaciji faza, usled čega se maksimum faznih struja pomera kao faza koja nosi najmanju impedansu opterećenja, dok stepen nesimetrije faznih struja (odnos maksimalne i minimalne struje) nije identičan u varijantama C1 – C3 (1,75/2,14/2,07). Ovo je posledica toga da se efekat nesimetrije napajanja, fiksno vezan za konkretne faze, različito kombinuje sa efektom nesimetrije opterećenja u zavisnosti od njihovog međusobnog rasporeda.

Tabela II – Efektivne vrednosti struja [A] i napona [V] za Scenario C (opšti slučaj) pri različitim rasporedima nesimetričnog opterećenja po fazama.

Veličina	Scenario C1: Z_{min} u fazi a	Scenario C2: Z_{min} u fazi b	Scenario C3: Z_{min} u fazi c
I_a	802,14	405,05	538,30
I_b	581,97	867,22	437,91
I_c	458,51	609,35	908,01
I_n	364,20	362,62	402,65
U_a	215,24	217,37	216,66
U_b	234,24	232,70	235,01
U_c	246,06	245,26	243,64

6 ZAKLJUČAK

U radu je prikazana primena teorije simetričnih komponenti na opšti slučaj nesimetričnog radnog režima dvonamotajnog trofaznog transformatora sprege Dyn11, pri kome su istovremeno prisutni nesimetrično opterećenje i nesimetrični naponi napajanja primara. Ključna matematička struktura je sistem tri složene linearne jednačine (22) – (24) koji objedinjuje oba vida nesimetrije.

Za spregu Dyn11 su svojstvene tri specifičnosti koje direktno utiču na model: 1) D primarna strana blokira nultu komponentu napona, pa je uvek $\underline{U}_{2,0} = 0$; 2) direktna, inverzna i nulta impedansa su jednake; 3) fazni pomeraj, usled satnog broja, od 330° ulazi u direktnu i inverznu komponentu napona sekundara u različitim smerovima.

Numerički primer za transformator 630 kVA, 10/0,4 kV, Dyn11 pokazuje da je pri nesimetričnom opterećenju dominantni efekat pojava značajne struje nultog provodnika (oko 365 A, pri nominalnoj struji sekundara od oko 909 A), dok nesimetrija napajanja relativno malo menja struje sekundara, ali doprinosi asimetriji napona na opterećenju. Oba efekta moraju se uzeti u obzir pri projektovanju mreže i odabiru zaštitnih uređaja.

Metoda se jednostavno može primeniti za slučajeve opterećenja vezanog u trougao ili u zvezdu koja nije uzemljena, zadržavajući potpuno striktnu teorijsku osnovu (primena elementarne transformacije impedansi iz trougla u zvezdu i izjednačavanjem nulte komponente struje sa nulom umesto primene jednačine (22)).

LITERATURA

[1] A. von Jouanne, B. Banerjee: „Assessment of Voltage Unbalance," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 16, no. 4, pp. 782-790, 2001, doi: https://doi.org/10.1109/61.956770.
[2] J.D. Glover, T.J. Overbye, M.S. Sarma: „Power System Analysis and Design," 6. izdanje, Cengage Learning, 2017, ISBN 978-1-305-63213-4.
[3] C.L. Fortescue: „Method of Symmetrical Co-Ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks," Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, vol. 37, no. 2, pp. 1027-1140, 1918, doi: https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1918.4765570.
[4] Z. Radaković. M. Novković, Z. Lazarević. T. Rajić, D. Kulić, Ž. Lazović: „Maksimalne struje kratkog spoja pri kvarovima na priključcima tronamotajnih transformatora različitih sprega," CIRED Srbija, 2022.
[5] A. Popović, M. Novković. T. Rajić, Z. Radaković: „Softverska realizacija proračunske metode za izračunavanje struja kratkog spoja kroz namotaje transformatora," CIRED Srbija, 2024.
[6] J.J. Grainger, W.D. Stevenson Jr.: „Power Systems Analysis," McGraw-Hill, New York, 1994, ISBN 0-07-061293-5.
[7] SRPS EN 50160:2023: „Karakteristike napona isporučene električne energije iz javnih distributivnih mreža," Institut za standardizaciju Srbije, Beograd